

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ - ΥΠΟΔΕΙΞΕΙΣ**  
**ΣΤΙΣ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ**



**Κεφάλαιο 3ο: ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΠΡΟΟΔΟΙ**

**Απαντήσεις στις ερωτήσεις του τύπου “Σωστό-Λάθος”**

1.	Σ
2.	Σ
3.	Σ
4.	Σ
5.	Σ

6.	Λ
7.	Σ
8.	Σ
9.	Σ

10.	Λ
11.	Σ
12.	Λ
13.	Σ
14.	Λ

**Απαντήσεις στις ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής**

1.	Δ
2.	Δ
3.	Δ
4.	Α
5.	Δ
6.	Β
7.	Γ
8.	Γ
9.	Ε
10.	Δ
11.	Γ
12.	Γ
13.	Γ

14.	Ε
15.	Δ
16.	Γ
17α.	Β
17β.	Ε
18.	Δ
19.	Ε
20.	Ε
21.	Δ
22.	Γ
23.	Δ
24.	Δ
25.	Γ

26.	Γ
27.	Δ
28.	Γ
29.	Δ
30.	Γ
31.	Ε
32.	Δ
33.	Δ
34.	Γ
35.	Ε
36.	Γ
37.	Γ
38.	Δ

**Απαντήσεις στις ερωτήσεις συμπλήρωσης**

1. α)  $11 \cdot 20 \cdot 23$  β)  $13 \cdot 19$  γ)  $3k+6 \cdot 5k+12$  δ)  $3x+1 \cdot 9x+4 \cdot 11x+5$
2. α)  $-3 \cdot -1 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 15$  β)  $-25 \cdot -4 \cdot -7 \cdot -13 \cdot -19$
3. α)  $19 \cdot 27$  β)  $2 \cdot 11$  γ)  $11 \cdot 25$  δ)  $17 \cdot 49 \cdot 81$
4. α)  $40$  β)  $30 \cdot 50$  γ)  $25 \cdot 40 \cdot 55$  δ)  $22 \cdot 34 \cdot 46 \cdot 58$
5. α)  $x - 3y \cdot x - 5y \cdot x - 7y$  β)  $x - 2y \cdot x \cdot x + 2y$   
 γ)  $x - 5y \cdot x - y \cdot x + y$  δ)  $x + \frac{3}{2}y \cdot x \cdot x - \frac{3}{2}y$

**Απαντήσεις στις ερωτήσεις αντιστοίχισης**

1.

1	A
2	E
3	Γ
4	Δ

2.

1	A
2	Γ
3	B
4	ΣΤ

3.

1	Γ
2	Δ
3	A

4.

1	Γ
2	A
3	Δ

5.

1	A
2	B
3	E
4	Δ

6.

1	Δ
2	A
3	B

Απαντήσεις - υποδείξεις στις ερωτήσεις ανάπτυξης

1. **α)**  $\alpha_1 = 7$        $\alpha_2 = 11$        $\alpha_3 = 15$        $\alpha_4 = 19$   
**β)**  $\alpha_1 = 1$        $\alpha_2 = 3$        $\alpha_3 = 1$        $\alpha_4 = 3$   
**γ)**  $\alpha_1 = \frac{1}{2}$        $\alpha_2 = \frac{2}{3}$        $\alpha_3 = \frac{3}{4}$        $\alpha_4 = \frac{4}{5}$   
**δ)**  $\alpha_1 = 0$        $\alpha_2 = 2$        $\alpha_3 = \frac{2}{7}$        $\alpha_4 = \frac{14}{13}$

2. **α)**  $\alpha_v = 2v - 3$  και  $\alpha_{v+1} = 2(v+1) - 3 = 2v - 1$  οπότε  $\alpha_{v+1} - \alpha_v = 2v - 1 - 2v + 3 = 2$   
 άρα  $\alpha_{v+1} = 2 + \alpha_v$  &  $\alpha_1 = -1$   
**β)**  $\beta_{v+1} = 3\beta_v$  &  $\beta_1 = 15$   
**γ)**  $\gamma_{v+1} = 2^v + \gamma_v$  &  $\gamma_1 = 3$

3. **α)**  $\left. \begin{array}{l} \alpha_1 = -1 \\ \alpha_2 = 1 + \alpha_1 \\ \alpha_3 = 1 + \alpha_2 \\ \dots\dots\dots \\ \alpha_v = 1 + \alpha_{v-1} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \xrightarrow{(+)} \alpha_v = v - 1 - 1 \Leftrightarrow \alpha_v = v - 2$   
**β)**  $\beta_v = 15 \cdot 3^{v-1}$

4. **α)**  $\omega = 8$       **β)**  $\alpha_{10} = 78$

5. **α)**  $v = 14$       **β)**  $\alpha_{14} = 94$

6.  $\omega = 3$  &  $\alpha_1 = 2$

7. **α)** Πρέπει  $\alpha_1 + \alpha_2 = -2$   
και  $\alpha_2 + \alpha_6 = 2$  } οπότε  $\omega = 2$  και  $\alpha_1 = -5$

**β)** Πρέπει  $\alpha_2 + \alpha_4 = 7$   
και  $\alpha_2 \cdot \alpha_4 = 10$  } οπότε  $\omega = \frac{3}{2}$  και  $\alpha_1 = \frac{1}{2}$  ή  $\omega = -\frac{3}{2}$  και  
 $\alpha_1 = \frac{13}{2}$

8. Πρέπει  $S_3 = -3$  και  $S_5 = 10$ , οπότε  $\omega = 3$  και  $\alpha_1 = -4$

9.  $\alpha_6 = 8$  και  $\alpha_4 = 4$ , οπότε βρίσκουμε το  $\alpha_1$  και το  $\omega$ , οπότε  $S_4 = 4$

10. Πρέπει  $\alpha_2 \cdot \alpha_7 = 100$  και  $\alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6 = 50$ , οπότε  $\omega = 3$  και  $\alpha_1 = 2$  ή  
 $\omega = -3$  και  $\alpha_1 = 23$

11. **α)**  $\alpha_5 = 13$                       **β)**  $S_{20} = 315$

12. **α)**  $\omega = 4$  &  $\alpha_1 = 3$                       **β)** 10

13. Πρέπει  $\alpha_4 + \alpha_8 = 18$  και  $\alpha_4^3 + \alpha_8^3 = 3402$ , οπότε  $\omega = 3$  και  $\alpha_1 = -6$  ή  $\omega = -3$   
και  $\alpha_1 = 24$

14. Πρέπει να ισχύει  $2(\alpha^2 + \beta^2) = (\alpha + \beta)^2 + (\alpha - \beta)^2$

15. Πρέπει να ισχύει  $2\beta^2 = \alpha^2 + \gamma^2$ , αν ισχύει  $\frac{4}{\alpha + \gamma} = \frac{2}{\beta + \gamma} + \frac{2}{\alpha + \beta}$

16. α)  $\alpha - \beta = \beta - \gamma = -\omega$       β) Πρέπει να ισχύει  $\frac{2}{\beta} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\gamma}$

17. Αν  $x - \omega, x, x + \omega$  οι αριθμοί, τότε αυτοί είναι 2, 11, 20

18. Αν  $x - 3\omega, x - \omega, x + \omega, x + 3\omega$  οι αριθμοί, τότε αυτοί είναι 1, 3, 5, 7 ή 7, 5, 3, 1

19. Αν η αριθμητική πρόοδος είναι με  $a_1 = 21, \omega = 7$  και  $a_n = 294$ , τότε  $n = 40$

20. α) 45, 2475      β) 45, 2430      γ) 90, 4905      δ) 22, 1188

21. α)  $S_7 = 63$       β) 9

22. Αν  $\omega$  η διαφορά της προόδου με  $a_1 = 4$  και  $a_n = 34$ , τότε  $\omega = 3$ , οπότε η πρόοδος είναι 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31, 34

23. Αν παρεμβάλουμε  $v$  όρους, τότε  $50 = 5 + (v + 1) \omega \Leftrightarrow \omega = \frac{45}{v+1}$  είναι η

διαφορά της προόδου, άρα ο προτελευταίος όρος είναι  $50 - \frac{45}{v+1}$  και ο

τρίτος όρος είναι  $5 + 2 \frac{45}{v+1}$ , οπότε  $50 - \frac{45}{v+1} = 3 \left( 5 + 2 \frac{45}{v+1} \right)$ , άρα  $v = 8$

24.  $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$

25. Αν  $AB = x - 3\omega$ ,  $B\Gamma = x - \omega$ ,  $\Gamma\Delta = x + \omega$  και  $\Delta E = x + 3\omega$ , τότε  $AB = 7 \text{ cm}$ ,  
 $B\Gamma = 9 \text{ cm}$ ,  $\Gamma\Delta = 11 \text{ cm}$ ,  $\Delta E = 13 \text{ cm}$

26. Αν  $v$  άρτιος το άθροισμα είναι ίσο με  $-v$  και αν  $v$  περιττός το άθροισμα είναι ίσο με  $v$ .

**Υπόδειξη:** Να βρείτε χωριστά το άθροισμα των θετικών όρων και των αρνητικών στις περιπτώσεις i)  $v$  άρτιος και ii)  $v$  περιττός

i)  $v = 2k$ . Στην περίπτωση αυτή οι θετικοί όροι είναι  $k$  το πλήθος, το ίδιο και οι αρνητικοί.

ii)  $v = 2k + 1$ . Εδώ οι θετικοί όροι είναι  $k + 1$ , ενώ οι αρνητικοί  $k$

27. α) 41      β)  $S_{20} = 4220$

28. α)  $\frac{(4+3v) \cdot (v+1)}{2}$       β)  $(3+v) \cdot (v+1)$

**Υπόδειξη:** α) Βρείτε πρώτα την τάξη  $\mu$  του όρου  $2 + 3v$  χρησιμοποιώντας τον τύπο  $a_\mu = a_1 + (\mu - 1) \omega$  για  $a_\mu = 2 + 3v$ .

β) Εργαστείτε με όμοιο τρόπο.

29. α)  $x = 1$       β)  $x = 55$



**Υπόδειξη: α)** Αν  $\mu$  το πλήθος των προσθετέων τότε το  
 Α' μέλος =  $\mu x + (2 + 5 + \dots + 29)$ .  
 Το πλήθος  $\mu$  βρίσκεται από την τάξη του όρου 29 της  
 προόδου 2, 5, ..., 29 της παρένθεσης.  
**β)** Να βρείτε πρώτα την τάξη του όρου  $x$ .

30. α)  $\alpha_{v+1} = 3v + 5$     β)  $\omega = \alpha_{v+1} - \alpha_v$     γ) 1455    δ) 20

31. α)  $S_{v-1} = 3v^2 - 5v + 2$   
 β)  $\alpha_v = S_v - S_{v-1} = 6v - 2$   
 γ)  $\alpha_{v+1} = 6v + 4$   
 δ)  $\omega = \alpha_{v+1} - \alpha_v$   
 ε)  $v = 17$

32.  $S_v = \frac{v(v+1)}{2}$  και  $S_{v-1} = \frac{(v-1)v}{2}$  οπότε  $\alpha_v = S_v - S_{v-1} = v$ , άρα  $\alpha_{v+1} = v + 1$ ,  
 οπότε  $\omega = \alpha_{v+1} - \alpha_v = 1$  και  $\alpha_1 = 1$

33. Αν εργαστούμε όμοια με την άσκηση (32) βρίσκουμε:  $\alpha_1 = 2$  και  $\omega = 4$

34. I. i) Βάθος: 120 m • Κόστος 4ου m: 3.500 δρχ.  
 Κόστος γεώτρησης: 4ου m = 11.000 δρχ. • 12ου m = 57.000 δρχ.  
 ii) Ε    iii) Ε    iv) Δ  
 II. i) 14.000 δρχ.    ii) 1.005.000 δρχ.    iii) λιγότερο από 65 m

35. I. i) Λ    ii) Σ    iii) Σ    iv) Λ    v) Λ

II. i) E      ii) Δ      iii) Γ      iv) E      v) E  
III. α) 15 cm   β) 10      γ) 39 cm      δ) 13 ώρες

36. α) 69.000 δρχ. β) 28.000 δρχ. γ) από τον 14ο όροφο και άνω δ) 44 γραφεία

37. A. α) 9                      β) 55  
B. α) 78                      β) 20

38. α) 23                      β) 18

39. A. α) 16.000 δρχ.   β) 24.000 δρχ.  
B. 30.000 δρχ.

40. A. α) 34                      β) 196  
B. α) 11η σειρά      β) 55

41. A. α) 15                      β) 4  
B. α)  $\rho = 4k - 1$       β) 5,5 m  
*Υπόδειξη:* Στηριχθείτε στο σχήμα.

42. α) 1                      β) 2                      γ) 13

43. α) 45                      β) 24                      γ) 17 Μαρτίου 1996  
*Υπόδειξη:* Το έτος είναι δίσεκτο.

44. α) 19                      β) 190                      γ) 11